5° Suivant la demande de l'acquéreur les deux fils de distance de la stadia sont fixes à la proportion 1 : 100 mesurés depuis le centre de l'instrument où les deux fils de distance sont mobiles et rectificables à la proportion 1 :100 avec deux vis de correction spéciales. Les petits écrous sur ces vis de correction servent pour empêcher que ces dernières ne puissent se dévisser.— Comme c'est indiqué plus haut cette nouvelle stadia KERN a le grand avantage de pouvoir être corrigée très vite dans toute position de la planche.

Règle à calcul trigonomètrique.

No.

41 **Règle à calcul d'après le Prof. Wild**. 360° ou 400° en maillechort, avec étui .... **frs. 30. —**

42 **Règle à calcul**, modifiée, sans curseur, 360° ou 400° en maillechort, avec étui .... " **24. —**

43 **Règle à calcul**, combinée pour 360° et 400° .... " **28. —**

La stadia topographique avec règle à calcul.

Pour les travaux topographiques exécutés à l'échelle du $^1/_{2500}$ jusqu'au $^1/_{5000}$ servant pour les études préliminaires de travaux techniques, non seulement pour des constructions de routes dans des terrains accidentés, d'établissement de canaux etc., mais surtout comme travaux préliminaires pour l'étude des projets de chemins de fer, il s'agit en première ligne d'établir un plan de situation avec courbes horizontales (courbes de niveau, courbes de hauteur) à l'échelle proposée. Le degré d'exactitude qu'on demande pour le détail de ce plan de situation, reste en rapport avec le but qu'on a à atteindre, et est toujours au dessous de l'exactitude exigée pour les plans de cadastre celle du $^1/_{1000}$ p. ex.; si ce détail peut être convenablement orienté et relié par une triangulation préalable, une exactitude de $^1/_{500}$ suffira dans la plupart des cas, soit pour les distances horizontales, soit pour les distances verticales (différences de hauteur).

Dans ces cas il est toujours très avantageux, vu l'épargne considérable de temps, d'employer pour les opérations géométriques, la méthode de mesurer des distances de Monsieur **Wild** professeur à l'école polytechnique fédérale.

Les avantages de l'emploi de la stadia se présentent surtout dans les levées des cartes topographiques aux échelles $^1/_{5000}$ jusqu'au $^1/_{25000}$ et même jusqu'au $^1/_{50000}$ car dans ces cas l'exactitude qu'on atteint dans le transport graphique des résultats des mesurages se meut dans la limite que la petitesse de l'échelle comporte. Pour le cadastre à des échelles plus grandes cette méthode n'est pas applicable, néanmoins elle rend aussi de grands services pour la détermination provisoire des points et comme vérification générale.

Pour ces opérations l'importance de la stadia consiste en ce que les distances peuvent être déterminées *d'un* point de station, sans le secours des méthodes de recoupements ou autres employées habituellement; et en même temps que la détermination de la distance, opérer celle de la différence d'altitude de l'objet visé avec le point de station de l'instrument.

Un autre emploi de la stadia est la levée des profils en long, pour les études préliminaires ce qui permet d'éviter le mesurage direct des distances ainsi que leur piquetage, à savoir même lorsque les accidents du terrain ne permettent pas une visée horizontale, de plus elle peut servir avec avantage pour les levées de profils en travers de quelque étendue dans des terrains peu accidentés. Ces nombreuses applications de la stadia nous ont engagé à en munir la plupart de nos instruments.

DESCRIPTION. La stadia employée dans ces opérations se compose, comme celle de Reichenbach, de deux fils horizontaux placés dans le plan du réticule d'une lunette d'instrument, (alidade, théodolithe, ou niveau) à une distance fixe du fil central et dont la position peut être réglée et corrigée exactement dans la position voulue au moyen de deux vis et d'un ressort.

Dans la figure **II** **a** designe le cadre auquel est fixé le fil horizontal, **b** les petites proéminences sur lesquelles est fixé le fil horizontal du réticule. Deux coulisseaux mobiles c se mouvant verticalement dans le cadre **a** portent les fils de la stadia c'est à dire deux fils horizontaux, qui doivent être à distance égale du fil horizontal du réticule. En agissant sur les vis **s** lesquelles éprouvent une résistance suffisante par le moyen du ressort **g**, on rapproche ou on éloigne à volonté les deux fils de la stadia du fil central afin de les amener à une distance égale de ce fil. Le but de ces fils de la stadia est l'établissement d'un **angle visuel constant.** D'après de simples thèses géométriques, les différentes sections d'une mire, paraissant sous un angle visuel constant, sont proportionelles à la distance de cette mire au sommet de l'angle, ainsi si **a** est le point où l'œil se trouve (fig.1)

$$ab : ac : ad : ae = bf : cg : dh : ei$$

On emploiera pour la stadia une mire bien divisée, laquelle pour de courtes distances, pourra-t-être une mire à niveler (parlante), mais pour de grandes distances, ainsi en particulier pour des travaux à l'échelle du $^1/_{5000}$ jusqu'au $^1/_{25000}$ la division doit être plus apparente. p. ex. de 5 en 5 centimètres ou de 10 en 10 centimètres.

Par la disposition des lentilles de la lunette, la simple proportion précédente (sur laquelle se base la stadia militaire) se complique. Par suite du système de lentilles des lunettes, ce sommet est situé en avant de la lunette au foyer de l'objectif ce qui complique légèrement les calculs, et les parties de la mire proportionelles aux distances doivent être comptées à partir de l'avant du foyer de l'objectif. La distance focale de l'objectif peut être obtenue simplement en ce qu'on vise au moyen de la lunette un objet très éloigné, et on tire le tube de l'oculaire jusqu'à ce qu'on voie également bien soit l'objet visé soit le fils du réticule. La distance du milieu du verre de l'objectif jusqu'au plan du réticule donne alors la distance focale cherchée.

Si nous désignons la distance focale de l'objectif **A** par **p**, par **f** l'écartement des fils et par **a** la distance comprise entre l'objectif et la mire L, de plus si nous considérons que d'après une loi de l'optique, les rayons lumineux, qui vont parallèlement avec l'axe de la lentille se coupent après la réfraction qui a lieu au foyer et prennent comme tels rayons la direction donnée par les deux fils de la stadia, il s'en suit pour ceux-ci, d'après la figure III, de la similitude des triangles :

$$\frac{a-p}{L} = \frac{p}{f}$$

p étant constant pour chaque lentille et devant aussi obtenir l'écartement f des fils d'une manière constante, le quotient **p/f** est constant et on peut poser :

$$\frac{a-p}{L} = \frac{p}{f} = C$$

d'où on conclut :

$$a = CL + p$$

comme distance entre l'objectif et la mire.

Si on considère que l'écartement entre l'axe de la lunette et l'objectif est à peu de chose près égal à la moitié de la distance focale, on aura pour la distance **d** entre l'axe de la lunette et la mire:

$$d = a + \frac{p}{2} = CL + \frac{3}{2}p$$

La distance se décompose en deux termes dont l'un est proportionel à la lecture faite sur la mire et l'autre dépend de la distance focale, par conséquent varie suivant chaque instrument.

On donne généralement au rapport **p/f = C** la valeur 100, de manière à ce que par exemple une lecture de 1,23 m sur la mire corresponde à une distance de

$$d = 123\,\mathrm{m} + 1{,}5\,p$$

D'après ce que nous avons démontré, il est clair qu'il n'est pas nécessaire d'avoir (comme l'on croit souvent avec erreur) une mire divisée ad hoc, mais qu'une bonne mire à niveler parlante suffit pour les courtes distances. La grandeur des distances sur lesquelles on peut opérer dépend naturellement du grossissement et de la clarté de la lunette, ainsi que de la vigueur avec laquelle la latte est divisée.

Dans les calculs ci-dessous nous avons admis que la mire était perpendiculaire à la ligne de visée et nous avons obtenu la distance réelle entre l'instrument et la mire; ce qu'il importe de connaître dans un levé topographique, c'est la projection horizontale de cette distance; en outre la mire étant tenue verticalement, ne sera généralement pas perpendiculaire à l'axe de la lunette. Pour un terrain incliné il entre une légère complication de cette simple stadia.

Soit à mesurer une distance **d** sous un angle d'élévation n (fig. IV) et si nous supposons que la mire soit tenue par l'aide perpendiculairement à l'axe de la lunette, au moyen d'une équerre fixée à la mire nous avons pour lecture a, sur la mire en négligeant la petite distance $om = \frac{a_1 \sin n}{2}$ la distance horizontale

soit $$d = d_1 \cos n \text{ où } d_1 = Ca_1 + 1{,}5\ p$$

Les aides n'étant pas toujours sûrs et pour éviter cette complication, on fait tenir la mire toujours verticalement, la lecture visée sur celle-ci sera plus forte à savoir.

$$a = \frac{a_1}{\cos n} \text{ ou bien } a_1 = a \cos n$$

Si nous posons cette valeur pour **a_1**, nous obtenons,

$$d_1 = Ca \cos n + 1{,}5\ p$$

et ainsi $$d = d_1 \cos^2 n + 1{,}5\ p \cos n$$

En tenant compte de la valeur 100 donnée à la constante dans les instruments de notre fabrique on peut écrire la formule simplement:

$$d = a \cos^2 n + 1{,}5\ p \cos n$$

Pour des levées topographiques à une petite échelle on peut négliger le second terme ; pour les levées à une échelle plus grande il n'est aussi pas nécessaire de lui faire suivre le facteur **cos n**, de sorte que la formule dans sa plus grande simplicité est pour des travaux à grande échelle (Plans)

$$\text{I. a.} \quad d = a \cos^2 n + 1{,}5\ p$$

Et pour des levées à petite échelle (cartes topographiques)

$$\text{I. b.} \quad d = a \cos^2 n$$

On remarquera, d'après la différence des formules que nous avons développées, dans le cas où l'aide tient la mire perpendiculairement à l'axe de la lunette, ou bien complètement verticale, quelle importance la position de la mire a dans l'exactitude des levées. Les aides n'ayant pas d'habitude, devront toujours s'assurer de la verticalité de la mire au moyen d'un fil à plomb ou d'un niveau ad hoc.

Pour trouver la différence de hauteur entre l'axe de la lunette et le point de la mire recouvert par le fil du milieu on a la simple formule

$$h = d \operatorname{tg} n$$

Pour la différence de hauteur entre les points du terrain où sont placés l'instrument et la mire on a d'après la figure IV.

$$H = J + h - \frac{a}{2}$$

mais si on a soin de viser sur la mire une hauteur égale à **J** (hauteur de l'axe de la lunette au dessus du sol) nous pourrons écrire simplement

$$h = d \ tg \ n$$

On peu aussi simplifier l'opération en déterminant la hauteur de l'axe de la lunette au dessus du sol et en visant toujours la mire à une hauteur fixe soit à 1 m, 1,50 m, 2 m suivant les besoins et lorsque on a un angle ascendant retrancher cette valeur, pour un angle plongeant l'ajouter à la différence de niveau trouvée par le calcul.

La formule précédente peut se transformer en remplaçant d par sa valeur et on a :

$$h = d \ tg \ n = a \cos^2 n \ tg \ n = a \cos n \sin n = a \frac{\sin 2 n}{2}$$

Il serait plus exact de poser **$(a \cos^2 n + 1{,}5 \ p \cos n) \ tg \ n$;** lorsqu'on a des angles de hauteur pas trop grands on peut négliger la différence de hauteur provenant de la distance **$1{,}5 \ p \cos n$** , de sorte que nous poserons définitivement

$$\text{II.} \quad h = a \frac{\sin 2 n}{2}$$

Les valeurs I. et II. peuvent être obtenues facilement de différentes manières. Mr. le professeur Wild a fait paraître chez David Bürkli à Zurich une petite table de logarithmes à quatre décimales, contenant les logarithmes des nombres de 1 - 1000 et des logarithmes de **sinus** et **cosinus** dans un très petit format et sur trois pages avec les chiffres passablement grands, au moyen de laquelle ce petit calcul peut s'effectuer facilement et rapidement. Si on a. p. ex.

$$a = 2.'48 ; \ p = 12'' ; \ n = 5^0 \ 20'$$

on obtient

$$d_1 = 248 + 1{,}8 = 249{,}'8$$

$$\log d_1 = 2.3976$$
$$\log \cos^2 n = 9.9962$$
$$d = \text{Numlog } 2.3938 = 247'{,}6$$

d'après **$h = d_1 \sin n \cos n$** on calcule la différence de hauteur:

$$\log d_1 = 2.3976$$
$$\log \sin n = 8.9682$$
$$\log \cos n = 9.9981$$
$$h = \text{Numlog } 1.3639 = 23{,}'12$$

Une autre méthode simple resulte de la petite table suivante, laquelle contient les valeurs **$100 \sin^2 n$** et **$100 \ tgn$**

100 sin²n		
0°	0′	0.0
1	17	0.1
2	13	0.2
	52	0.3
3	28	0.4
	51	0.5
4	15	0.6
	37	0.7
	58	0.8
5	17	0.9
	36	1.0
	53	1.1
6	9	1.2
	25	1.3
	40	1.4
	55	1.5
7	9	1.6
	23	1.7
	36	1.8
	49	1.9
8	2	2.0
	14	2.1
	26	2.2
	38	2.3
	49	2.4
9	0	2.5
	11	2.6
	22	2.7
	33	2.8
	43	2.9
	53	3.0
10	3	3.1
	13	3.2
	23	3.3
	33	3.4
	42	3.5
	52	3.6
11	1	3.7
	10	3.8
	19	3.9
	28	4.0
	37	4.1
	45	4.2
	54	4.3
12	2	4.4
	11	4.5
	19	4.6
	27	4.7
	35	4.8
	43	

100 sin²n		
12°	43′	4.9
	51	5.0
	59	5.1
13	7	5.2
	15	5.3
	22	5.4
	30	5.5
	38	5.6
	45	5.7
	52	5.8
14	0	5.9
	7	6.0
	14	6.1
	22	6.2
	29	6.3
	36	6.4
	43	6.5
	50	6.6
	57	6.7
15	4	6.8
	10	6.9
	17	7.0
	24	7.1
	31	7.2
	37	7.3
	44	7.4
	51	7.5
	57	7.6
16	3	7.7
	10	7.8
	16	7.9
	23	8.0
	29	8.1
	35	8.2
	41	8.3
	48	8.4
	54	8.5
17	0	8.6
	6	8.7
	12	8.8
	18	8.9
	24	9.0
	30	9.1
	36	9.2
	42	9.3
	48	9.4
	54	9.5
18	0	9.6
	6	9.7
	12	

100 tgn	
1°	1.7
2	3.5
3	5.2
4	7.0
5	**8.7**
6	10.5
7	12.3
8	14.1
9	15.8
10	**17.6**
11	19.4
12	21.3
13	23.1
14	24.9
15	**26.8**
16	28.7
17	30.6
18	32.5
2′	0.1
4	0.1
6	0.2
8	0.2
10	**0.3**
12	0.3
12	0.3
14	0.4
16	0.5
18	0.5
20	**0.6**
22	0.6
24	0.7
26	0.8
28	0.8
30	**0.9**
32	0.9
34	1.0
36	1.0
38	1.1
40	**1.2**
42	1.2
44	1.3
46	1.3
48	1.4
50	**1.5**
52	1.5
54	1.6
56	1.6
58	1.7

Pour l'emploi de cette table, laquelle du reste éxige à peine une explication particulière, il est à remarquer, que d'après **I. b.**

$$d = a \cos^2 n = (1 - \sin^2 n) = a - a \sin^2 n$$

et $h = d\,tg\ n$.

D'après I. a. on aurait:

$$d = a \cos^2 n + 1{,}5\ p = a\ (1 - \sin^2 n) + 1{,}5\ p = a + 1{,}5\ p - a \sin^2 n$$

Le facteur de une fois et demie de la distance focale peut ainsi dans ces cas être aussi facilement pris en considération, si le but du travail le fait paraître nécessaire. D'après les données précédentes

a = 2'.48, p = 12";

n = 5°20'

si on a à calculer (valeur de la table 0,9)

a sin^{2}n = 2,48 X 0,9 = 2,232

d'où il s'en suit: **d = 248 + 1,8 — 2,232 = 247'.6**

et **h = 2,476 X 9,3 = 23',03**

Mr. le professeur Wild à calculé une autre table dans un format un peu plus grand mais cependant encore très-maniable donnant sans ce petit calcul les différences de hauteur et la réduction à l'horizon des distances obliques. Cette petite table suit à la fin de cette théorie.

Les angles d'inclinaison vont jusqu'à 15°, les distances jusqu'à 350 (pied, mètre ou unité de mesure quelconque).

La table donne pour les lectures **a = 50, 60, 70 . . . 350** faites sur la mire à stadia tenue bien verticalement, et les angles d'inclinaison **n = 0° 30', 1° 0', 1° 30' ... 15°**

dans la première colonne les valeurs

a sin^{2}n, ainsi les distances horizontales **d = a - a sin^{2}n**

et vis à vis dans la seconde colonne les différences de hauteur **h = a sin n cos n.** Dans notre exemple on aurait dans les colonnes correspondantes **250** et **5° 30'** la valeur **a sin^{2}n = 2'** à laquelle on pourrait encore ajouter comme interpolation **5"**, la distance serait ainsi:

d = 249,8- 2,5 = 247,3

et immédiatement à côté **h = 24' moins** la valeur de l'interpolation taxée à **0,7 ; h = 23',3.** Les travaux topographiques à petite échelle pour lesquels cette table est calculée n'exigent pour la plupart du temps pas une interpolation, car la nature de toute la méthode se meut dans les limites d'une exactitude restreinte, et les chiffres obtenus sont toujours exacts à une unité près (pied ou mètre).

Quoique les deux premières méthodes de calculer la réduction de la distance et la différence de hauteur soient très simples, n'exigent que très peu de temps et possèdent en comparaison de la méthode de recoupements des avantages réels, il est cependant d'une grande utilité, d'un côté de ne pas devoir faire les calculs sur le terrain même, d'un autre côté d'abréger encore la durée de cette opération, la dernière table présente ces deux avantages; mais on a en particulier pour l'emploi de la mesure métrique une exactitude quelque peu inférieure.

Une règle à calcul spéciale construite par l'ingénieur Eschmann et perfectionnée par Mr. le professeur Wild possède non seulement les avantages d'un maniement facile et d'un travail rapide, mais aussi procure l'exactitude nécessaire, car elle donne les résultats exigés d'une manière pratique, sans calculs au moyen de deux petites opérations, et est un instrument d'un volume peu considérable.

Cette règle à calcul (fig. V) se compose de la règle A, du curseur B et de la coulisse C. Les divisions gravées sur la règle A correspondent aux logarithmes des nombres inscrits en regard rapportés du reste à une échelle arbitraire dépendant de la longueur de la règle de sorte que l'espace compris entre

1 et 2 correspond au logarithme de 2
1 et 3 „ „ „ „ 3
1 et 4 „ „ „ „ 4
. . . .
1 et 10 „ „ „ „ 10 (de l'unité de mesure de l'échelle)

(Le chiffre 1 est placé au commencement de la division, parceque le logarithme de 1 = 0). Entre les chiffres principaux ou plutôt entre les divisions qui leur correspondent sont intercallées d'autres subdivisions et on peut lire :

contre 1 et 2 les valeurs 1,02; 1,04; 1,06........................ 1,98
„ 2 „ 5 „ „ 2,05; 2,10; 2,15 4,95
„ 6 „ 10 „ „ 5,1; 5,2; 5,3............. 9,9

A mesure que les nombres augmentent les divisions se rapprochent toujours plus, parceque les différences de leurs logarithmes deviennent toujours moindres. On intercalle à l'œil les valeurs qui seraient comprises entre elles indiquées par la division.

La seconde moitié de la règle est une répétition exacte de la première. Comme les logarithmes des dizaines, centaines etc. ne varient entre eux que par leurs caractéristiques, si on suppose :

1 comme 10 alors 2 sera 20, 3 sera 30 etc. ou bien
1 „ 100 „ 2 „ 200 3 „ 300 etc.

et les divisions qui se trouvent entre celles-ci auront une valeur correspondante.

Dans la figure V la partie gauche de la règle porte la désignation **Ch = + 1** la partie droite celle **Ch = + 2**, au moyen desquelles la caractéristique correspondante doit être désignée. Dans la pratique l'on admet de préférence que là première moitié de la règle corresponde au logarithmes des nombres de 10 à 100 et la seconde moitié à ceux des nombres de 100 à 1000. Naturellement on peut donner aussi aux caractéristiques les valeurs respectives 0 et 1 ou bien 2 et 3 d'après les nécessités du travail, il est cependant convenable à cause de la sûreté dans les opérations, d'adopter toujours pour la seconde division une caractéristique plus élevée d'une unité que pour la première. Pour le calcul des différences de hauteurs l'utilité de cette disposition est très claire.

Sur le curseur B sont portées à la même échelle les valeurs de **log** $\cos^2 n$; comme $\cos^2 n$ est toujours plus petite que I la valeur absolue de **log** $\cos^2 n$ est négative de la graduation s'opère de droite à gauche. Les traits correspondent aux **log** $\cos^2 n$ des angles inscrits et ainsi l'espace compris entre

0 et 10 au log $\cos^2 10°$
0 „ 20 „ log $\cos^2 20°$
. . . .
0 „ 40 „ log $\cos^2 40°$

Entre 0 et 10 le premier trait après 0 correspond au log $\cos^2 4°$
le 2e „ „ „ „ „ log $\cos^2 6°$
le 3e „ „ „ „ „ log $\cos^2 8°$

De 10° à 20° la graduation est établie de 2 en 2 degrés et de 20° à 40° de degré en degré.

L'usage de ce curseur est facile à comprendre :

$$\log d = \log a \cos^2 n = \log a + \log \cos^2 n$$

c'est à dire que **log d** s'obtient au moyen de la somme algébrique du **log a** de la lecture faite sur la mire et du **log** $\cos^2 n$ de l'angle d'inclinaison. Comme nous l'avons remarqué plus haut, le **log** $\cos^2 n$ est négatif, ainsi sa valeur absolue se soustrait de **log a.**

Si on place le 0 du curseur en regard du logarithme correspondant à la lecture faite sur la mire augmentée de une fois et demie la distance focale sur la règle A, on obtient la distance réduite à l'horizon, sur cette règle en regard du trait correspondante à l'angle d'inclinaison.

Ainsi soit de nouveau a = **2',48; p =12"; n = 5° 20,** le curseur doit être placé sur la règle d'après la figure 6 et l'on obtient par approximation **d = 248.**

De plus on obtiendrait

si	$n = 6°$	$d = 246'$
	$n = 8°$	$d = 244'$
	$n = 10°$	$d = 242'$
	$n = 20°$	$d = 221'$
	$n = 30°$	$d = 187,'7$
	$n = 40°$	$d = 146,'4$

D'après ce que nous venons de voir les résultats ne s'obtiennent pas pour des petits angles d'élévation avec la même exactitude, qu'au moyen des deux méthodes indiquées précédemment, mais toutefois encore avec une exactitude suffisante pour le but qu'on a. Pour obtenir une plus grande précision dans les résultats, on pourrait il est vrai construire la règle à calcul de manière à ce que la distance soit obtenue au moyen de la formule,

$$d = a - a \sin^2 n$$

le curseur devrait avoir alors une longueur beaucoup plus grande et l'instrument perdrait son mérite d'être d'un petit volume, et en outre il aurait l'inconvénient d'exiger une opération numérique de plus.

La coulisse C porte, toujours à la même échelle que la règle A et que le curseur B les logarithmes toujours négatifs de l'expression **(sin2n)/2** savoir de gauche à droite. Pour $n = 45^\circ \quad \frac{\sin 2n}{2} = \frac{\sin 90}{2} = \frac{1}{2}$;

$$\log \frac{1}{2} = \log 1 - \log 2 = 0 - \log 2 = - \log 2;$$

il s'en suit que si on place le 0 de la graduation de la coulisse C sous le chiffre **1** de la règle le chiffre **1** de la coulisse doit coïncider avec le chiffre 2 de la règle, d'où il ressort que les logarithmes de **(sin 2n)/2** sont les réciproques des valeurs inscrites au dessus; c'est pourquoi la portion de la coulisse qui correspond à la première partie de la règle a réellement pour caractéristique **-1**, et la 2e partie la caractéristique **-2**; les logarithmes des valeurs de la première partie ont la forme **9, ... -10**, de la seconde **8, ... -10.**

D'après celà l'espace entre le premier trait (trait étoilé) jusqu'au chiffre est

$$1 = \log \frac{\sin 2^\circ}{2}$$

$$2 = \log \frac{\sin 4^\circ}{2}$$

$$45 = \log \frac{\sin 90^\circ}{2}$$

Si on place donc le trait de la coulisse correspondant à l'angle mesuré sous le chiffre de la règle correspondant à la lecture sur la mire on obtient en regard de l'origine (trait étoilé) la somme algébrique de

$$\log a + \log \frac{\sin 2n}{2}$$

ou bien le chiffre interpolé au dessus est le nombre de **h** soit de la différence de hauteur.

Si la lecture ne peut pas s'opérer à gauche, c'est à dire si le trait étoilé gauche de la coulisse C dépasse la règle A, on peut aussi lire la différence de hauteur en regard du trait étoilé du milieu ou de l'extrémité droite de la coulisse C, mais il faut déterminer la caractéristique d'après le trait étoilé placé à l'extrémité gauche de la coulisse, ce qui n'offre pas de difficulté vu la disposition symétrique des échelles et en employant les caractéristiques désignées dans la figure V. D'après la disposition des caractéristiques il s'en suit que la lecture sur le trait du milieu donne le décuple et celle sur le trait de droite le centuple de la lecture sur le trait de gauche.

Depuis le trait de droite jusqu'au chiffre **I** les divisions représentent des minutes

depuis le chiffre 1 jusqu'à 3 la division est de 2 en 2 minutes
" " 3 " 5 " " 5 " 5 "

depuis le chiffre 5 jusqu'à 10 la division est de 10 en 10 minutes
" " 10 " 20 " " 20 " 20 "
" " 20 " 30 " " 30 " 30 "
" " 30 " 40 " " 1° " 1° "
" " 40 " 45 il n'y a plus de division mais on doit interpoler.

La coulisse C ne contenant les angles que depuis 35 minutes parcequ'elle deviendrait trop longue, il faut pour des angles plus petits les multiplier puis diviser le résultat obtenu par le même facteur multiple.

Ceci est permis, car pour les petits angles les sinus sont à peu de chose près égaux aux arcs.

Si nous posons en admettant, que nous ayons de petits angles pour les nombres d'arcs **X** et **X'**

$$\left.\begin{array}{l}\sin X = X \sin 1'' \\ \sin X' = X' \sin 1''\end{array}\right\} \text{ d'où il s'en suit:}$$

sin X : sin X'= X : X', c'est-à-dire que les sinus sont entre-eux comme les arcs. Il sera avantageux si possible d'adopter **X/X'=10**. Si on a p. ex. **n = 0° 6'**, on place **60 = 1°**, et on cherche la différence de hauteur **h**, correspondant à la lecture sur la mire et l'angle d'inclinaison précédent et divise le résultat obtenu par **10** et on obtient la différence de hauteur correspondant à l'angle d'inclinaison **0° 6'.** Soit comme second exemple **n = 0° 20'**, on chercherait la différence de hauteur correspondent à l'angle **200' = 3° 20'** et en la divisant par **10** on obtient la différence de hauteur véritable.

Dans le cas où la distance n'est pas obtenue au moyen de la stadia, mais par recoupement etc. soit déjà réduite à l'horizon, donc que non pas **a** mais **d** soit connu, on opère de la manière inverse à celle qne nous avons indiquée plus haut; en ce que on place la division correspondant à l'angle de hauteur sur le curseur **B** en regard du log. de la distance réduite à l'horizon, le trait **0** du curseur est avec lui son index coupe sur la règle A la lecture à la stadia **a** correspondante à la distance **d.** Lorsque celle-ci est trouvée, on emploie pour la détermination de la différence de hauteur le procédé indiqué plus haut, en ce qu'on amène l'angle **n** sous l'index du curseur et lit la différence de hauteur en regard du trait étoilé de gauche et si celà n'est pas possible en regard du trait étoilé du milieu ou de droite en ayant égard au changement de la caractéristique.

Si on a $\mathbf{d_1}$ **— 249',6** ou simplement **a = 2',48; n = 5° 20'** le placement a lieu comme la figure VII l'indique.

La différence de hauteur correspondant au trait étoilé du milieu donne **229/10 = 22',9;** celle correspondant au trait de gauche donne directement **22',9;** si on place sur la distance véritable **249,6;** on obtient les valeurs respectives quelque peu plus exactes **231/10** et **23',1**, ce qui démontra l'harmonie existant avec les résultats précédents. Si on avait l'angle d'élévation **5°,20/10 = 32'**, on aurait à opérer le même placement, mais la différence de hauteur obtenue doit être également divisée par **10** et serait alors **2',31.** Qu'on puisse sans dépasser les limites ordinaires d'exactitude exigées dans la pratique supposer jusqu'à cet angle que le sinus soit égal À l'arc, est prouvé par le calcul numérique suivant. Nous avons d'après la formule $h = d_1 \sin n \cos n$

$$\begin{aligned} \log d_1 &= 2{,}3976 \\ \log \sin n &= 7{,}9689 \\ \log \cos n &= \underline{1{,}0000} \\ \text{Num} \log h &= 0{,}3665 \quad h = 2{,}'32 \end{aligned}$$

L'écart avec la réalité est donc dans cette supposition très minime.

Pour déterminer, dans des levées topographique de grande étendue, la correction des hauteurs nécessitée par la double influence de la sphéricité de la terre et de la réfraction, la partie inférieure de la règle porte encore une division donnant cette correction pour les distances obtenues sur la partie supérieure de la règle. La division est faite de manière à ce que soit la distance, soit la correction soient données en **mètres.** La division pour cette correction n'est pas valables pour d'autres unités de mesures.

Pour pouvoir examiner la division d'une manière numérique, ainsi que pour pouvoir employer cette correction, il nous paraît utile de communiquer quelques mots explicatifs sur la sphéricité et la réfraction.

L'axe optique de la lunette donne dans l'hypothèse que l'instrument soit vérifié c'est à dire, entre autres, parallèle avec -l'axe du niveau, l'horizon **apparent** est représenté par un plan, passant par le point de station de l'instrument tangent à la surface du globe terrestre. En opposition à l'horizon apparent l'horizon vrai est une surface sphérique (ici on fait abstraction de la figure elliptique de la terre) dont le rayon **R** est égal à la moitié du diamètre de la terre. Par l'opération du nivellement on obtient ainsi toutes les différences de hauteur trop grandes. Pour de courtes distances cette différence est très-minime, mais pour de grandes distances cet élément ne peut plus être négligé.

Si nous désignons la différence entre l'horizon vrai et lhorizon apparent par **F'**, la distance du point de station de l'instrument jusqu'à **AD = AB** par **d**, le demi diamètre de la terre par **R**, nous avons d'après la figure VIII.:

$$CD^2 = (R + F')^2 = R^2 + d^2$$

$$R + F' = R\sqrt{1 + \frac{d^2}{R^2}} = R\left(1 + \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2} - \frac{1}{8}\frac{d^4}{R^4} + \ldots\right)$$

d'où on conclut:

$$F' = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R} - \frac{1}{8}\frac{d^4}{R^3}$$

Comme on a adopté pour la distance au lieu de l'arc la tangente, ce qui ne produit qu'une différence insignifiante, on peut aussi faire disparaître le second terme de la formule et on a alors:

$$F' = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2}{R}$$

Ainsi la différence entre l'horizon apparent et l'horizon vrai est proportionnelle au carré de la distance; c'est pourquoi on a à tenir compte de cette quantité pour les grandes distances.

On a aussi à tenir compte pour les mesures de hauteur de la déviation des rayons lumineux soit de la réfraction. Si un rayon lumineux traverse un médium plus dense, il se romp et les rayons lumineux traversant des couches d'air d'une densité différente il s'en suit qu'ils ne se prolongent pas en ligne droite, mais forment une courbe. Cette courbe est en général concave par rapport à la surface du globe terrestre et ainsi les objets paraissant à l'observateur plus élevés qu'ils ne sont en réalité, parce qu'il croit les voir dans la tangente de la courbe.

Si l'angle au centre c correspondant à **l'arc AB;** l'angle **DAE = c'** celui correspondant à celui de la réfraction, il s'en suit:

$$AD = AB = Rc$$
$$\text{et } ED = r = ADc'$$

Si nous posons **c' = *a* c,** où *a* désigne le facteur de la réfraction il s'en suit:

$$DE = ADac = aRc^2$$

et si on introduit $c = \frac{AD}{R}$ il s'en suit:

$$r = DE = a \, \frac{AD^2}{R} = a \, \frac{d^2}{R}$$

la valeur pour la réfraction croît ainsi aussi en proportion du carré de la distance. D'après Gauss la valeur moyenne pour la réfraction ***a* = 0,0653.** La correction de la hauteur pour la réfraction et la réduction à l'horizon vrai est donc:

$$F' - r = F = \frac{1}{2} \, \frac{d^2}{R} - 0{,}0653 \, \frac{d^2}{R} = 0{,}4347 \, \frac{d^2}{R}$$

Si on admet la valeur du demi diamètre de la terre en mètres, on trouve pour le mètre:

$$F = 0{,}000\,000\,0659\, d^2$$

de quelle quantité les hauteurs obtenues par nivellement sont à **diminuer** et celles déterminées trigonométriquement à **augmenter** en tenant compte du signe désignant si l'angle est un angle de dépression ou d'élévation.

La partie inférieure de la règle contient directement les valeurs de cette correction pour les distances données sur la partie supérieure de la règle et non les logarithmes de ces valeurs.

Pour que le commençant apprenne à se servir d'une manière exacte de cette correction et puisse lui donner toujours sa valeur réelle, et afin d'éviter des calculs de vérification et pour s'assurer de l'exactitude de la division nous faisons suivre quelques valeurs de **F**.

Nous obtenons

calculé au moyen de la formule:		de la règle:	
d	F	F	
m	m	m	
500	0.02	0.017	Il ressort de la série de chiffres qu'à une distance décuple correspond une correction centuple.
1000	0.07	0.068	
1500	0.15	0.16	
2000	0.26	0.26	
4000	1.06	1.07	
5000	1.65	1.68	

Pour pouvoir déterminer ces valeurs d'une manière exacte on a gravé à la partie inférieure du curseur, un trait, lequel se trouve sur la même ligne que l'index du curseur et le **0** de la division **$\cos^2 n$.** Si on veut déterminer la correction pour une distance quelconque, on place l'index sur le logarithme de cette distance, et on lit directement la valeur de la réduction en regard du trait inférieur.

Nous construisons aussi dans nos ateliers une règle à calcul pour la stadia pour la division centésimale du cercle (en 400 degrés ou grades).

La construction de cette règle, ainsi que la division pour les logarithmes des distances sur la règle A est identique à celle pour la division sexagésimale.

Par contre la division sur le curseur est

de 0°, 4°, 6°, 8°, 10° de 2 en 2° jusqu'à 20° de
20° à 45° de degré en degré.

Celle sur la coulisse commence à 62 minutes et de 2 en 2 minutes jusqu'à 1 degré

de 1° à 3° de 5 en 5 minutes
„ 3° à 5° „ 10 en 10 „
„ 5° à 10° „ 25 en 25 „
„ 10° à 20° „ 33,3 en 33,3 minutes soit de tiers en tiers de degré
„ 20° à 30° „ 50 en 50 minutes
„ 30° à 40° „ degré en degré.

Entre 40 et 50° se trouve un seul trait désignant 45°.

Fig. II. Réticule à fils mobiles.

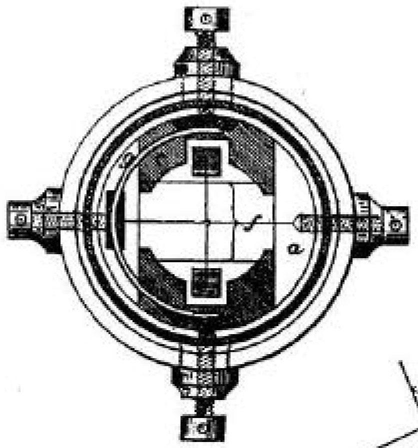


Fig. III.

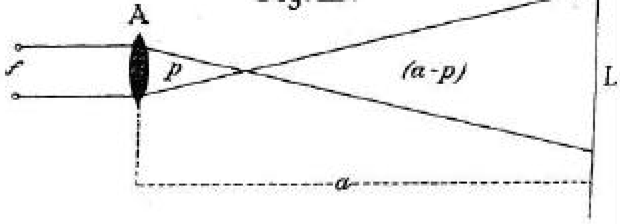
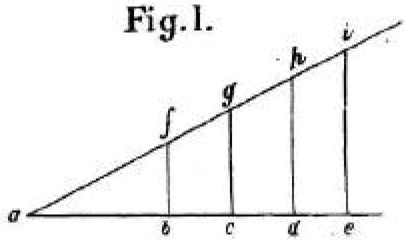


Fig. I.



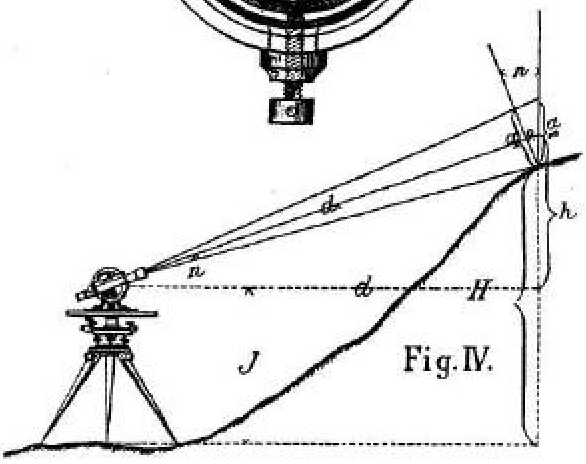


Fig. IV.

Fig. V Règle à calcul.

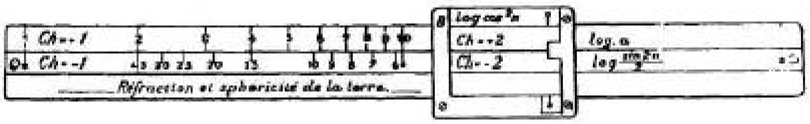
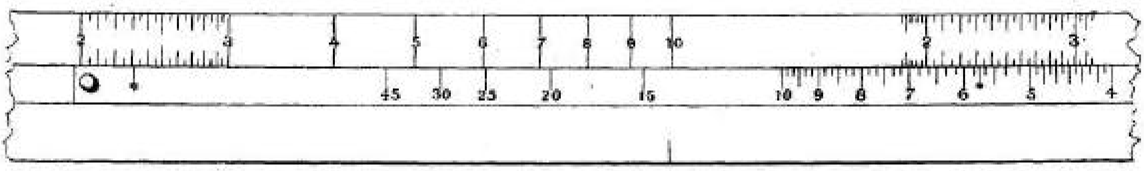


Fig. VII. $h = a\frac{\sin 2n}{2}$



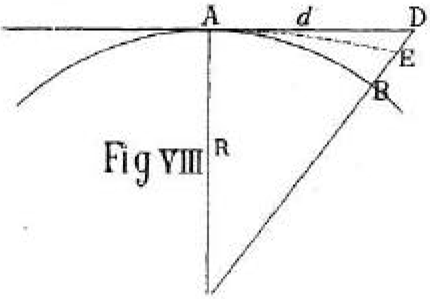


Fig VIII

Fig. VI. $d = a\cos^2 n$

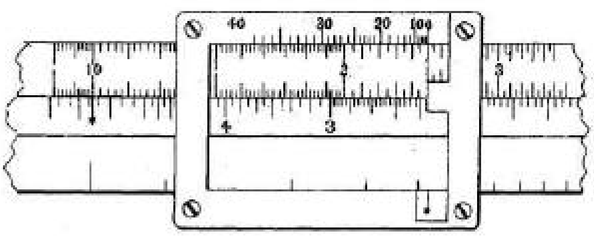


Table pour les réductions et pour les hauteurs pour les levées topographiques.

	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
0°,30'	—	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
1. 0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6
30	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9
2. 0	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11	12	12	12
30	2	3	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11	1 12	1 12	1 13	1 13	1 14	1 14	1 14	1 15	1 16
3. 0	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	1 10	1 10	1 11	1 11	1 12	1 13	1 13	1 13	1 14	1 15	1 15	1 16	1 16	1 17	1 17	1 18	1 18
30	3	4	4	5	5	6	7	7	8	1 9	1 9	1 10	1 10	1 11	1 12	1 12	1 13	1 13	1 14	1 15	1 15	1 16	1 16	1 17	1 18	1 18	1 19	1 20	1 20	1 21	1 21
4. 0	3	4	5	6	6	7	1 8	1 8	1 9	1 10	1 10	1 11	1 12	1 13	1 13	1 14	1 15	1 15	1 16	1 17	1 17	1 18	1 19	1 19	1 20	1 21	2 22	2 22	2 23	2 24	2 24
30	4	5	5	6	1 7	1 8	1 9	1 9	1 10	1 11	1 12	1 13	1 13	1 14	1 15	1 16	1 16	1 17	1 18	1 19	2 20	2 20	2 21	2 22	2 23	2 23	2 24	2 25	2 26	2 27	2 27
5. 0	4	5	1 6	1 7	1 8	1 9	1 10	1 10	1 11	1 12	1 13	1 14	1 15	1 16	1 16	2 17	2 18	2 19	2 20	2 21	2 22	2 23	2 23	2 24	2 25	2 26	2 27	2 28	3 29	3 30	3 30
30	6	1 6	1 7	1 8	1 9	1 10	1 10	1 11	1 12	1 13	1 14	1 15	2 16	2 17	2 18	2 19	2 20	2 21	2 22	2 23	2 24	2 25	2 26	3 27	3 28	3 29	3 30	3 31	3 31	3 32	3 33
6. 0	1 5	1 6	1 7	1 8	1 9	1 10	1 11	1 12	1 14	2 14	2 16	2 17	2 18	2 19	2 20	2 21	2 22	2 23	3 24	3 25	3 26	3 27	3 28	3 29	3 30	3 31	3 32	3 33	4 34	4 35	4 36
30	1 6	1 7	1 8	1 9	1 10	1 11	1 12	2 13	2 15	2 16	2 17	2 18	2 19	2 20	2 21	3 22	3 24	3 25	3 26	3 27	3 28	3 29	3 30	4 31	4 33	4 34	4 35	4 36	4 37	4 38	4 39
7. 0	1 6	1 7	1 8	1 10	1 11	2 12	2 13	2 14	2 16	2 17	2 18	3 19	3 21	3 22	3 23	3 24	3 25	3 27	3 28	4 29	4 30	4 31	4 33	4 34	4 35	4 36	5 37	5 39	5 40	5 41	5 42
30	1 6	1 8	1 9	1 10	2 12	2 13	2 14	2 16	2 17	2 18	3 19	3 21	3 22	3 23	3 25	3 26	4 27	4 28	4 30	4 31	4 32	4 34	5 35	5 36	5 38	5 39	5 40	5 41	6 43	6 44	6 45
8. 0	1 7	1 8	1 10	2 11	2 12	2 14	2 15	2 17	3 18	3 19	3 21	3 22	3 23	3 25	4 26	4 28	4 29	4 30	4 32	5 33	5 34	5 36	5 37	5 39	6 40	6 41	6 43	6 44	6 45	7 47	7 48
30	1 7	1 9	2 10	2 12	2 13	2 15	2 16	3 18	3 19	3 20	3 22	3 23	4 25	4 26	4 28	4 29	5 31	5 32	5 34	5 35	5 37	6 38	6 39	6 41	6 42	7 44	7 46	7 47	7 48	7 50	8 51
9. 0	1 8	1 9	2 11	2 12	2 14	2 15	3 17	3 19	3 20	3 22	4 23	4 25	4 26	4 28	5 29	5 30	5 32	5 34	6 36	6 37	6 39	6 40	7 42	7 43	7 45	7 46	8 48	8 49	8 51	8 53	9 54
30	1 8	2 10	2 11	2 13	2 15	3 16	3 18	3 20	4 21	4 23	4 24	4 26	5 28	5 29	5 31	5 32	6 34	6 36	6 37	7 39	7 41	7 42	7 44	8 46	8 47	8 49	8 50	9 52	9 54	9 55	9 57
10. 0	2 9	2 10	2 12	2 14	3 15	3 17	3 19	4 20	4 22	4 24	5 26	5 27	5 29	5 31	6 32	6 34	6 36	7 38	7 39	7 41	8 43	8 44	8 46	8 48	9 50	9 51	9 53	10 55	10 56	10 58	11 60
30	2 9	2 11	2 13	3 14	3 16	3 18	4 20	4 22	4 23	5 25	5 27	5 29	6 30	6 32	6 34	7 36	7 38	7 39	8 41	8 43	8 45	9 47	9 48	9 50	10 52	10 54	10 56	11 57	11 59	11 61	12 63
11. 0	2 9	2 11	3 13	3 15	3 17	4 19	4 21	4 22	5 24	5 26	5 28	6 30	6 32	7 34	7 36	7 37	8 39	8 41	8 43	9 45	9 47	9 49	10 51	10 52	11 54	11 56	11 58	12 60	12 62	12 64	13 66
30	2 10	2 12	3 14	3 16	4 18	4 20	4 21	5 23	5 25	6 27	6 29	6 31	7 33	7 35	8 37	8 39	8 41	9 43	9 45	10 47	10 49	10 51	11 53	11 55	12 57	12 59	12 61	13 63	13 64	14 66	14 68
12. 0	2 10	3 12	3 14	3 16	4 18	4 20	5 22	5 24	6 26	6 28	6 30	7 33	7 35	8 37	8 39	9 41	9 43	10 45	10 47	10 49	11 51	11 53	12 55	12 57	13 59	13 61	13 63	14 65	14 67	15 69	15 71
30	2 11	3 13	3 15	4 17	4 19	5 21	5 23	6 25	6 27	7 30	7 32	7 34	8 36	8 38	9 40	9 42	10 44	10 46	11 49	11 51	12 53	12 55	13 57	13 59	14 61	14 63	15 66	15 68	15 70	16 72	16 74
13. 0	3 11	3 13	4 15	4 18	5 20	5 22	6 24	6 26	7 28	7 31	8 33	8 35	9 37	9 39	10 42	10 44	10 46	11 48	11 50	12 53	13 55	13 57	14 59	14 61	15 64	15 66	16 68	16 70	17 72	17 75	18 77
30	3 11	3 14	4 16	4 18	5 20	5 23	6 25	7 27	7 30	8 32	8 34	9 36	9 39	10 41	10 43	11 45	11 48	12 50	12 52	13 54	14 57	14 59	15 61	15 64	16 66	16 68	17 70	17 73	18 75	19 77	19 79
14. 0	3 12	4 14	4 16	5 19	5 21	6 23	6 26	7 28	8 31	8 33	9 35	9 38	10 40	11 42	11 45	12 47	12 49	13 52	13 54	14 56	15 59	15 61	16 63	16 66	17 68	18 70	18 73	19 75	19 77	20 80	20 82
30	3 12	4 15	4 17	5 19	6 22	6 24	7 27	8 29	8 32	9 34	9 36	10 39	11 41	11 44	12 46	12 48	13 51	13 53	14 56	15 58	16 61	16 63	17 65	18 68	18 70	19 73	19 75	20 78	21 80	21 82	22 85
15. 0	3 13	4 15	5 18	5 20	6 22	7 25	7 27	8 30	9 33	9 35	10 37	11 40	11 42	12 45	13 48	13 50	14 52	15 55	15 58	16 60	17 63	17 65	18 67	19 70	19 73	20 75	20 77	21 80	22 82	23 85	23 88

La table donne pour des lectures a = 50, 60, 70 ..... 350 faites sur la mire à stadia tenue bien verticalement et les angles d'inclinaison n = 0°30, 1°0', 1°30' .....; premièrement a . sin ²n, ainsi la distance horizontale d = a — a . sin ²n et vis à vis les différences de hauteur h = a . sin n . cos n.